

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo muestra

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de hierro, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = T_0, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = T_0(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = L_0$ m es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]$ h, donde $T = 24$ h, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]$ h, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = T_0$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 01

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de cobre, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 2, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 2(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 3\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 2$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 02

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de aluminio, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 3, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 3(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 2\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 3$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 03

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de PVC, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 2, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 2(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 5\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 2$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 04

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de madera de pino, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 5, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 5(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 2\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?,...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 5$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 05

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de corcho, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 3, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 3(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 5\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 3$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 06

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de hormigón, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 5, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 5(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 3\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 5$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 07

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de fibra de vidrio, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 7, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 7(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 5\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 7$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 08

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de acero, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 2, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 2(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 7\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 2$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 09

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de fibra de vidrio, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 4, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 4(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 3\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 4$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 10

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de acero, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 5, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 5(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 4\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 5$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.

MODELOS DE PREDICCIÓN EN EDIFICACIÓN
Método de las diferencias finitas
Actividad B13. Resolución numérica de la ecuación del calor.
Grupo 11

Nos proponemos estudiar la transmisión de calor en una varilla de madera de pino, en regímenes transitorios.¹

Usaremos un método numérico para integrar la ecuación del calor

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

sujeito a condiciones de contorno

$$u(0, t) = u(L, t) = 3, \quad \forall t \in [0, T]; \quad u(0, x) = 3(1 + 8x(x - L)/L^2), \quad x \in [0, L],$$

donde T es el tiempo total (en h), $L = 4\text{m}$ es la longitud de la varilla y α es la difusividad térmica (en m^2/h).

El propósito es aplicar el método de Euler implícito explicado en la Sección 3 de los apuntes del Bloque 1 de la asignatura.

1. Calcular las soluciones para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24\text{h}$, $h_0 = 0.1 L$ y $k = 0.01 T$.
2. Realizar una gráfica de $u(x_0, t)$ donde $x_0 = L/7$. Calcular el valor aproximado de $u(x_0, T/5)$.
3. Calcular las soluciones $u(x, t)$ para $t \in [0, T]\text{h}$, donde $T = 24$ horas. Usar diferentes pasos h de manera decreciente, desde $h_0 = 0.1 L$ (ya considerado en el apartado anterior), usando $h_j = 0.1 h_{j-1}$ para $j > 0$, hasta un valor h_r que se debe determinar de modo que

$$\max_{x \in [0, L]} |u^{(r)}(T, x) - u^{(r-1)}(T, x)| < \epsilon,$$

donde $\epsilon = 10^{-3}$ y $u^{(j)}(t, x)$ es la solución numérica obtenida con $h = h_j$ para $j > 0$. Usar como paso de discretización en el tiempo la constante $k = 0.01 T$.

4. Realizar una gráfica exhaustiva que contenga $u(t, x)$ para $(x, t) \in [0, L] \times [0, T]$.
5. Interpretar los resultados obtenidos (por ejemplo, ¿dónde y cuándo sube la temperatura?, ¿por qué?, ¿qué efectos provoca la constante de difusividad térmica?, ...).
6. **Opcional.** Examinar qué puntos del esquema de resolución numérica deberíamos modificar si sustituyéramos las condiciones de contorno $u(0, t) = u(L, t) = 3$ (condiciones de Dirichlet) por $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, L) = 0$ (condiciones de Neumann) para toda $t \in [0, T]$. Discutir la interpretación física de ambos tipos de condición inicial; en particular, ¿cuál de las dos formulaciones requiere aporte suplementario de energía?

¹Ver notas de “Transferencia de calor y vapor de agua” del curso de *Fenómenos físicos en la edificación* para explicaciones del fenómeno físico y las tablas de coeficientes de difusividad térmica.