

11867 - COMBI - Combinatòria

Unitat responsable: 200 - FME - Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 726 - MA II - Departament de Matemàtica Aplicada II
743 - MA IV - Departament de Matemàtica Aplicada IV
Curs: 2011
Titulació: LLICENCIATURA DE MATEMÀTIQUES (Pla 1992). (Unitat docent Optativa)
MÀSTER UNIVERSITARI EN ENGINYERIA MATEMÀTICA (Pla 2006). (Unitat docent Optativa)
MÀSTER UNIVERSITARI EN COMPUTACIÓ (Pla 2006). (Unitat docent Optativa)
DOCTORAT EN MATEMÀTICA APLICADA (Pla 2005). (Unitat docent Optativa)
MÀSTER UNIVERSITARI EN MATEMÀTICA APLICADA (Pla 2006). (Unitat docent Optativa)
Crèdits: 7,5 Idiomes docència: Català

Professorat

Responsable: ORIOL SERRA ALBO
Altres: ANNA DE MIER VINUÉ - A
ORIOL SERRA ALBO - A

Capacitats prèvies

- * Descomposició de fraccions racionals en fraccions simples. Desenvolupaments de les funcions elementals.
- * Derivació de funcions de diverses variables i integració de funcions de variable complexa (fórmula de Cauchy).
- * Operacions amb matrius, càlcul de determinants i càlculs de rectes i plans en l'espai euclidià.

Metodologies docents

Teoria:

Exposició del material del curs, basat fonamentalment en la descripció de classes combinatories bàsiques sobre les quals s'exemplifiquen les tècniques d'enumeració.

Problemes:

Les sessions de problemes constitueixen el nucli del curs i s'organitzen a partir de l'exposició i discussió de problemes que s'han distribuït als estudiants prèviament perquè en preparin una exposició a la pissarra.

Objectius d'aprenentatge de l'assignatura

Adquirir destresa per a l'anàlisi i la resolució de problemes d'enumeració. Adquirir destresa en l'ús de funcions generadores i en els mètodes simbòlics per resoldre problemes d'enumeració. Conèixer els nombres combinatoris bàsics: coeficients binomials, coeficients gaussians, nombres d'Stirling, nombres de Fibonacci, nombres de Catalan. Conèixer les estructures combinatories bàsiques: plans projectius i afins finits, quadrats llatins, particions, permutacions, sistemes d'Steiner.

* Adquirir destresa en l'aplicació de mètodes elementals d'enumeració de subconjunts, multiconjunts, permutacions, i en l'aplicació de principis bàsics d'enumeració, com el principi de Dirichlet i les tècniques de doble comptatge.

* Adquirir destresa en l'ús de les funcions generadores per a la resolució d'equacions de recurrència, d'una manera especial les lineals a coeficients constants i les de convolució.

11867 - COMBI - Combinatòria

- * Adquirir destresa en l'aplicació del mètode simbòlic per descriure i enumerar estructures combinatòries, tant en el cas de les funcions generadores ordinàries com en el de les exponencials. Adquirir destresa en l'aplicació de la fórmula d'inversió de Lagrange per obtenir els coeficients del desenvolupament en sèrie de potències de funcions definides per equacions implícites.
- * Adquirir destresa en l'anàlisi de distribucions i paràmetres estadístics que apareixen en l'enumeració d'estructures combinatòries parametritzades, en particular l'obtenció de valors mitjans i desviacions típiques.
- * Adquirir destresa en l'obtenció de funcions generadores i coeficients enumeradors de particions d'enters, de conjunts, composicions d'enters, permutacions amb restriccions, paraules, camins de Dyck i arbres.
- * Adquirir destresa en les tècniques elementals d'estimació asimptòtica de les expressions que enumeren estructures combinatòries.
- * Adquirir destresa en la manipulació i el càlcul de coeficients gaussians per al càlcul del nombre de subespais d'espais vectorials sobre cossos finits.
- * Conèixer les construccions de plans projectius i afins finits i la seva relació amb sistemes de quadrats llatins mútuament ortogonals.
- * Conèixer les tècniques d'enumeració de quadrats llatins i les estimacions de permanents de matrius doblement estocàstiques, i la seva relació amb l'enumeració de transversals de sistemes de conjunts.

Capacitats a adquirir:

- * Aplicar mètodes elementals d'enumeració de subconjunts, multiconjunts, permutacions, i dels principis bàsics d'enumeració, com el principi de Dirichlet, les tècniques de doble compteig i les tècniques relacionades amb el principi d'inclusió-exclusió.
- * Utilitzar les funcions generadores per a la resolució d'equacions de recurrència, d'una manera especial les equacions lineals a coeficients constants i les de convolució.
- * Aplicar el mètode simbòlic per descriure i enumerar estructures combinatòries, tant en el cas de les funcions generadores ordinàries com en el de les exponencials. Aplicar la fórmula d'inversió de Lagrange per obtenir els coeficients del desenvolupament en sèrie de potències de funcions definides per equacions implícites.
- * Analitzar distribucions i paràmetres estadístics que apareixen en l'enumeració d'estructures combinatòries parametritzades, en particular l'obtenció de valors mitjans i desviacions típiques.
- * Obtenir funcions generadores i coeficients enumeradors de particions d'enters, de conjunts, composicions d'enters, permutacions amb restriccions, paraules, camins de Dyck i arbres.
- * Fer estimacions asimptòtiques de les expressions que enumeren estructures combinatòries.
- * Manipular i calcular coeficients gaussians.
- * Construir plans projectius i afins finits. Resoldre problemes geomètrics i combinatoris en plans projectius finits. Construir sistemes de quadrats llatins mútuament ortogonals.
- * Enumerar transversals de sistemes de conjunts. Calcular permanents de matrius.

Continguts

Combinatòria enumerativa bàsica

Descripció:

Combinacions i permutacions. Coeficients binomials i multinomials. Principi d'inclusió-exclusió. Particions d'enters i particions de conjunts. Cicles en permutacions. Nombres d'Stirling. Principi de Dirichlet. Teorema de Ramsey. Lema comptador d'òrbites (lema de Burnside).

11867 - COMBI - Combinatòria

Combinacions i permutacions. Coeficients binomials i multinomials. Principi d'in

Descripció:

Equacions de recurrència lineals. Funcions generadores ordinàries. Funcions generadores per a les particions d'enters, particions de conjunts, permutacions segons el nombre de cicles. Equacions de recurrència no lineals. Nombres de Catalan. Fórmula d'inversió de Lagrange.

Funcions generadores i mètode simbòlic

Descripció:

Operacions formals en classes combinatòries i funcions generadores ordinàries. Construcció simbòlica de classes combinatòries bàsiques: particions de nombres, particions de conjunts, paraules sobre alfabet, arbres plans, camins de Dyck, triangulacions de polígons.

Classes etiquetades i funcions generadores exponencials

Descripció:

Producte etiquetat. Operacions formals en classes etiquetades i funcions generadores exponencials. Construcció simbòlica de classes combinatòries etiquetades bàsiques: particions de conjunts, permutacions, arbres etiquetats, paraules.

Funcions generadores multivariades i classes parametritzades

Descripció:

Funcions generadores multivariades de classes parametritzades. Distribucions estadístiques de paràmetres. Nombre de components, paràmetres additius.

Geometries finites

Descripció:

Plans projectius i plans afins finits. Construcció de plans projectius desarguesians. Existència de plans projectius. Espais projectius finits. Coeficients gaussians.

Quadrats llatins

Descripció:

Sistemes ortogonals de quadrats llatins i plans projectius finits. Construcció de sistemes de quadrats llatins ortogonals. Enumeració de quadrats llatins. Teorema de Hall. Transversals de sistemes de conjunts. Permanents. Permanents de matrius doblement estocàstiques.

11867 - COMBI - Combinatòria

Dissenys combinatoris

Descripció:

Relacions bàsiques entre paràmetres d'un disseny combinatori. Dissenys i matrius de Hadamard. Sistemes de triples d'Steiner. Conjunts de diferències.

Sistema de qualificació

S'avalua l'activitat dels estudiants a les classes de problemes i es fan dos exàmens d'unes tres hores de durada cada un. El primer examen tracta els quatre primers temes del curs i el segon els quatre darrers.

La nota final s'obté com a mitjana de les dels dos exàmens.

Bibliografia

Bàsica:

Cameron, P.. *Combinatorics topics, techniques, algorithms*. Cambridge University Press, 1994.

Lint, J.H. van; Wilson, R.M.. *A course in combinatorics*. Cambridge University Press, 1992.

Charalambides, C.A.. *Enumerative combinatorics*. CRC Press Series on Discrete Mathematics and its Applications. Chapman & Hall/CR, 2002.

Stanley, R.. *Enumerative Combinatorics*. Cambridge University Press, 1997.

Sedgewick, R.; Flajolet, P. *Introduction to the analysis of algorithms*. Addison-Wesley, 1996.

Complementària:

Anderson, I.. *Combinatorics of finite sets*. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2002.

Batten, L.M.. *Combinatorics of finite geometries*. Cambridge University Press, Cambridge,, 1997.

Graham, R.L.; Knuth, D.E.; Patashnik, O.. *Concrete Mathematics*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1994.

Bollobás, B.. *Combinatorics. Set systems, hypergraphs, families of vectors and combinatorial*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

Wilf, H.. *Generatingfunctionology*. Academic Press, Inc., Boston, MA, 1994.